

木荷单木生长模型构建及生长特征分析*

莫 辉 赵建强

(广东省岭南综合勘察设计院, 广东广州 510500)

摘要 以木荷 *Schima superba* 次生异龄林为研究对象, 选取 3 种经验生长方程和 3 种理论生长方程拟合木荷单木的直径、树高以及材积的生长过程, 然后利用连年生长量与平均生长量的关系分析木荷直径、树高以及材积的生长特征。结果表明, 理论生长方程在模拟精度以及生物学解释上均优于经验生长方程, 木荷的单木直径最优生长方程为 Richards 方程: $D=37.21 \times (1-e^{-0.0496 \times A})^{2.0102}$, 树高最优生长方程为 Gompertz 方程: $H=19.43 \times e^{-2.7091 \times e^{-0.0848 \times A}}$, 材积最优生长方程为 Logistic 方程: $V = \frac{0.2734}{1+416.8914 \times e^{-0.2752 \times A}}$ 。木荷单木生长模型的构建及生长特征的分析为木荷次生异龄林的质量精准提升提供一定的参考价值。

关键词 木荷; 生长模型; 生长特征; 平均生长量

中图分类号: S757.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 2096-2053 (2019) 02-0055-06

Construction of Growth Model and Analysis of Growth Characteristics of *Schima superba*

MO Hui ZHAO Jianqiang

(Lingnan Integrated Exploration and Design Institute of Guangdong Province, Guangzhou, Guangdong 510500, China)

Abstract Based on the *Schima superba* secondary forest, three empirical growth equations and three theoretical growth equations were selected to fit the growth process of the diameter, height and volume of the wood, then the relationship between annual growth and average growth was used to analyze the growth characteristics of *S. superba* in diameter, height and volume. The results showed that, the theoretical growth equation was superior to the empirical growth equation in the simulation precision and biological interpretation, the optimal growth equation of the diameter was the Richards equation, the expression was $D=37.21 \times (1-e^{-0.0496 \times A})^{2.0102}$, the optimal growth equation of the height was the Gompertz equation, the expression was $H=19.43 \times e^{-2.7091 \times e^{-0.0848 \times A}}$, the optimal growth equation of the volume was the Logistic equation, the expression was $V = \frac{0.2734}{1+416.8914 \times e^{-0.2752 \times A}}$. The establishment of the growth model of *S. superba* provided certain reference for the accurate quality improvement of *S. superba* secondary forest.

Key words *Schima superba*; growth model; growth characteristics; average growth

木荷 (*Schima superba*), 又名荷木, 在我国南方 400~1 500 m 的地区广泛分布, 是我国珍贵的用材树种, 同时也是一种很好的防火树种^[1-2]。木荷次生林为中亚热带的重要林分类型之一, 但长

时间存在着人为破坏与不合理经营, 冰雪灾害等问题, 导致部分木荷次生林林分结构破坏, 生长缓慢。近年来关于木荷生长规律的研究逐渐增加, 如王秀花等^[3]研究认为坡向和坡位对木荷人工

第一作者: 莫辉 (1994—), 男, 助理工程师, 主要从事森林经理与生态保护研究, E-mail: 839516288@qq.com。

林的生长与干形影响显著,曾思齐等研究了木荷次生林天然更新和土壤理化性质的相关性,孟伟等^[5]分析了木荷人工林的直径结构规律,但目前大部分研究集中于木荷人工林^[6-7],对于木荷次生异龄林生长规律的研究较少。生长方程是反映树木生长随年龄或外部环境变化的重要基础,对研究林木生长规律起着尤其重要的作用。

因此,本研究以青石冈国有林场的木荷解析木数据为基础,拟合木荷的单木直径、树高与材积生长方程,同时利用平均生长量与连年生长量的关系分析木荷的直径、树高和材积生长特征,以期为南方地区的木荷次生林质量精准提升提供理论依据。

1 研究区概况

研究区位于湖南省炎陵县青石冈国有林场,林场(113°34'45"~114°07'15"E,26°03'03"~26°38'30"N)地处湖南省东南部,罗霄山脉中段,海拔分布为165~2115.4 m。林场属中亚热带季风湿润气候区,年平均温度约17.3℃,年平均降水量为1496.7 mm,相对湿度为86%,土壤随海拔分布从下往上依次为红壤、山地黄棕壤、山地黄壤、黄棕壤以及山地草甸土。场内木荷、枫香、青冈栎等组成的阔叶次生林林分较多,阔叶林蓄积达到65万m³。

2 材料与方法

2.1 材料来源

2011年在湖南省炎陵县青石冈国有林场选取木荷占主要优势的林分,共设置10块木荷次生异龄标准地,样地面积大小为20 m×20 m,标准地的设置主要是用罗盘仪测角,然后用皮尺量测水平距,进而确定标准地边界。标准地内开展的工作包括调查样地坡向、坡度、海拔、郁闭度等基本因子,对样地内直径大于5 cm的树种进行了每木检尺,同时详细记录每木位置、灌木层、草本层等情况。标准地基本情况见表1,标准地内的主要树种为木荷、马尾松、青冈栎、白栎、黄檀,平均海拔均在1100 m左右,坡度分布在18°~25°,坡位均为中坡或上坡,立地条件基本一致。

为确保解析木数据能较好的反映木荷的生长规律,本研究原则上在每块样地内至少选择2株解析木,同时确保木荷直径在各径阶均有分布,

共计选取生长正常、无病虫害、不断梢的解析木20株。解析木伐倒前,详细记录解析木周边半径5 m内相邻木的测树因子。解析木伐倒后,测定枝下高,树高,以及1/4、1/2和3/4处树高的带皮直径。木荷解析木的基本情况见表2。解析木的平均直径为13.6 cm,直径大小介于7.5~18.9 cm;平均树高为10.4 m,树高大小介于5.5~13.7 m;平均年龄为20 a,年龄大小介于14~30 a;平均材积为0.1025 m³,材积大小介于0.0158~0.2233 m³。

2.2 木荷生长模型的构建

树木生长模型^[8-9]主要描述林木大小随年龄变化的规律,目前研究中也考虑立地、竞争等因子对林木大小的影响。林木竞争对于树木生长的影响是一个长期的过程,由于本次研究未收集样地的长期观测数据,且研究区的样地立地因子基本一致,因此,此次研究未考虑立地和竞争对林木生长的影响,而仅选取年龄 t 作为模型自变量,林木各因子(直径 D 、树高 H 和材积 V)分别作为模型因变量,构建木荷的单木生长模型。

单木生长模型的构建有生长分析法^[10]、潜在生长量修正法^[11]和回归估计法^[12],基于调查的木荷标准地与解析木数据资料,本研究选用生长分析法来模拟木荷的直径、树高以及材积的生长过程,模型的拟合基于SPSS统计分析软件。依据前辈的研究经验以及数据散点图的变化趋势,本文分别选取3个经验生长方程和3个理论生长方程作为描述木荷生长的待选方程研究林木的生长一般呈“S”形曲线,因此选取的3个经验生长方程为幂函数、对数函数以及二次函数,选取的3个理论生长方程为Richards方程^[13]、Gompertz^[14]方程以及Logistic方程^[15],Richards方程是目前描述林木生长应用最广泛的生长方程,其适用性广且精度较高,Gompertz方程和Logistic方程均为Richards方程的一些变化形式,6个待选方程的表达式见表3。

2.3 模型评价

模型评价的基本原则是拟合精度高且误差小,本研究中待选模型的评价指标^[16]主要采用决定系数 R^2 、均方根误差RMSE、残差平方和RRS。其中,决定系数 R^2 越大,均方根误差RMSE以及残差平方和RRS越小,说明模型拟合效果越好。

决定系数(R^2):

表 1 标准地基本概况

Tab.1 The basic facts of standard sample

样地号 Sample No	海拔 Elevation/m	坡度 Slope/°	坡位 Slope position	郁闭度 Canopy density	平均直径/cm Average diameter	平均树高/cm Average height	树种组成 Species composition
1	1 150	24	中	0.8	9.7	8.1	7 木 2 马 1 其他
2	1 250	27	上	0.6	9.8	7.6	7 木 2 青 1 山
3	1 070	27	中	0.7	8.8	7.3	7 木 3 青 + 其他
4	1 140	18	上	0.7	9.6	7.3	8 木 1 青 1 其他
5	1 080	20	上	0.7	10.0	8.0	9 木 1 青
6	1 100	25	中	0.7	10.2	7.4	8 木 2 青 + 其他
7	1 140	21	中	0.6	11.0	7.1	8 木 1 青 1 檫
8	1 160	20	中	0.8	8.4	7.6	9 木 1 山
9	1 050	23	上	0.7	8.1	7.5	8 木 1 黄 1 青
10	1 125	18	中	0.7	11.1	8.9	8 木 1 黄 1 山

注：木为木荷，青为青冈栎，马为马尾松，山为山茱萸，黄为黄檀，檫为檫木，其他指其他树种 Note: In the table, “木” is *S. superba*, “青” is *Cyclobalanopsis glauca*, “山” is *Cornus officinalis*, “黄” is *Dalbergia hupeana*, “檫” is *Sassafras tzumu*, and “其他” are other species

表 2 解析木基本概况

Tab.1 The basic facts of stem analysis

树号 No	直径/cm Diameter	树高/cm Height	年龄/a Age	材积/m ³ Volume	树号 No	直径/cm Diameter	树高/cm Height	年龄/a Age	材积/m ³ Volume
1	7.5	5.5	14	0.015 8	11	13	11.7	20	0.087 9
2	8.4	6	16	0.021 2	12	15.1	12.4	19	0.108 0
3	8.8	8.8	18	0.033 6	13	16.1	13.6	18	0.186 5
4	9.4	6.9	18	0.027 3	14	16.6	12.8	20	0.167 8
5	10.5	6.9	16	0.027 7	15	17.0	13.7	20	0.189 3
6	10.9	8.0	19	0.045 2	16	17.2	12.0	22	0.148 1
7	11.0	8.1	14	0.050 9	17	17.3	13.5	23	0.143 0
8	12.8	8.6	20	0.062 1	18	17.5	12.2	25	0.156 7
9	12.8	8.6	20	0.062 1	19	18.7	12.8	27	0.175 4
10	12.9	13.5	21	0.107 3	20	18.9	13.2	30	0.223 3

表 3 函数表达式

Tab.3 Functional expression

序号 No	经验生长方程 Empirical equation		理论生长方程 Theoretical equation	
	模型名称 Model name	表达式 Expression	模型名称 Model name	表达式 Expression
1	幂函数	$y = a \times t^b$	Richards	$y = a \times \left(-e^{-cxt} \right)^b$
2	对数函数	$y = a + b \times \lg(t)$	Gompertz	$y = a \times e^{-b \times e^{-cxt}}$
3	二次函数	$y = a \times t^2 + b \times t + c$	Logistic	$y = \frac{a}{1 + b \times e^{-cxt}}$

注：式中， y 代表模型的预估值（直径 D 、树高 H 、材积 V ）， t 代表单木的年龄， a 、 b 、 c 为模型参数 Note: In the table, y indicates the estimated value of the model (D indicates diameter, H indicates tree height, V indicates volume), t indicates the age, and a , b , and c indicate model parameters

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2} \dots\dots\dots (1)$$

均方根误差 (RMSE):

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{N}} \dots\dots\dots (2)$$

残差平方和 (RRS):

$$RRS = \sum_{i=1}^N (Y_i - \hat{Y}_i)^2 \dots\dots\dots (3)$$

式中, Y_i 为第 i 个实测值, \hat{Y}_i 为 Y_i 的预测值, \bar{Y} 为样本均值, N 为样本总体。

2.4 木荷生长特征分析

木荷生长特征的分析, 主要从直径、树高以及材积的平均生长量与连年生长量的关系进行分析。连年生长量函数 $Z(t)$ 是说明树木某一年的实际生长速度, 平均生长量函数 $Q(t)$ 是说明树木某一时刻 t 的平均生长速度, 两者的表达式为:

$$\text{连年生长量: } Z(t) = \frac{dy(t)}{dt} \dots\dots\dots (4)$$

$$\text{平均生长量: } Q(t) = \frac{y(t)}{t} \dots\dots\dots (5)$$

式中, $y(t)$ 为总生长过程曲线方程, t 为年龄, d 表示取一阶导数。

3 结果与分析

3.1 直径生长模型构建及生长特征分析

利用待选方程模拟木荷的直径生长过程, 6 个方程的参数及误差分析见表 3。由表 4 可知, 6 个方程均具有较高的精度, R^2 均在 0.85 以上,

RMSE 介于 1.816~1.875, RRS 介于 956.6~1020.2。其中拟合精度最低的为对数函数, R^2 为 0.850, RMSE 为 1.875, RRS 为 1020.2, 拟合精度最高的为 Richards 方程, R^2 为 0.858, RMSE 为 1.816, RRS 为 956.6。其中, 3 个理论生长方程的参数均具有较合理的生物学意义, 且拟合精度均高于 3 个经验生长方程。根据模型拟合精度高及误差最小的原则, 可以确定木荷的最优直径生长方程为 Richards 方程。

对 Richards 方程模拟效果进行残差分析, 结果见图 1。残差的散点均匀分布于 0 值两侧, 残差大小基本介于 (-2,2) 之间, 且散点没有发生发散现象, 无明显的异质性, 说明 Richards 方程具有较好的预测效果。因此, 木荷的直径生长方程为:

$$D = 37.21 \times (1 - e^{-0.0493 \times A})^{2.0102}$$

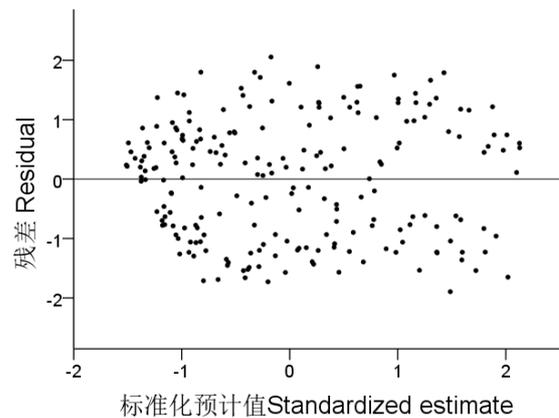


图 1 Richards 方程拟合的残差散点图

Fig.1 The residual scatter diagram of the Richards equation fitting

依据所计算出的直径生长模型, 分别计算出木荷直径的连年生长量与平均生长量, 并且

表 4 直径生长方程拟合结果

Tab.4 Fitting results of diameter growth equation

方程 Equation	拟合结果 Fitting results			拟合精度 Fitting precision		
	a	b	c	R^2	RMSE	RRS
Richards	37.21	2.010 2	0.049 3	0.858	1.816	956.6
Gompertz	24.88	4.324 2	0.104 8	0.856	1.820	961.2
Logistic	19.46	22.281 8	0.212 3	0.854	1.835	985.5
对数函数	-12.49	19.429 9		0.850	1.875	1 020.2
幂函数	0.235 1	1.378 2		0.853	1.839	988.9
二次函数	0.005 8	0.711 5	-1.961 7	0.852	1.852	997.5

绘制直径连年生长量与平均生长量的关系曲线图。由图 2 可知，木荷直径的连年生长量和平均生长量在一定年龄内均随着年龄的增加而增大；直径连年生长量在第 15 年达到最大，生长量为 0.92 cm/a，随后逐年减少；平均生长量在第 26 时达到最大，此时直径连年生长量与平均生长量相等，生长量均为 0.74 cm/a，随后木荷连年生长量逐年减少，直径平均生长量一直大于连年生长量。

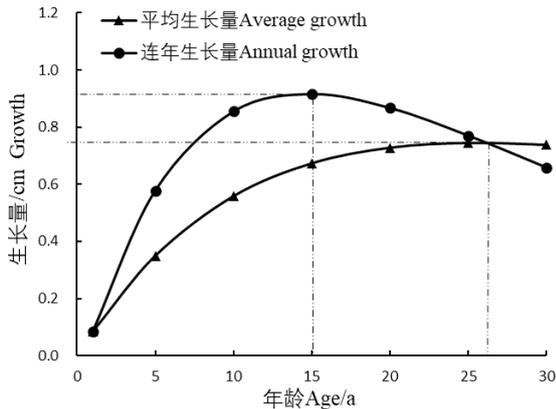


图 2 木荷直径生长特征曲线

Fig.2 Growth characteristic curve of diameter of *Schima superba*

3.2 树高生长模型构建及生长特征分析

利用待选方程模拟木荷的树高生长过程，6 个方程的参数及误差分析见表 4。由表 4 可知，6 个方程均具有较高的精度， R^2 均在 0.76 以上，RMSE 介于 1.499~1.615，RRS 介于 616.4~714.8。其中拟合精度最低的对数函数， R^2 为 0.768，RMSE 为 1.615，RRS 为 714.8，拟合精度最高的为 Gompertz 方程， R^2 为 0.795，RMSE 为 1.499，RRS 为 616.4。其中，3 个理论生长方程的拟合精度均高于 3 个经验生长方程。根据模型拟合精度高及误差最小的原则，可以确定木荷的最优树高生长方程为 Gompertz 方程。

对 Gompertz 方程模拟效果进行残差分析，结果见图 3。残差的分布比较均匀，没有发生发散现象，无明显的异质性，说明 Gompertz 方程具有较好的预测效果。因此，木荷的树高生长方程为：

$$H = 19.43 \times e^{-2.7091 \times e^{-0.0848 \times t}}$$

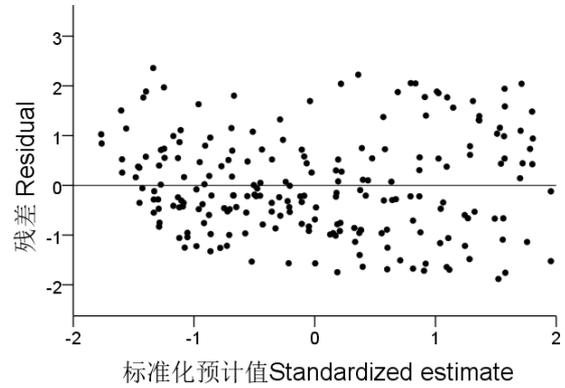


图 3 Gompertz 方程拟合的残差散点图

Fig.3 The residual scatter diagram of the Gompertz equation fitting

依据所计算出的树高生长模型，分别计算出木荷树高的连年生长量与平均生长量，并且绘制树高连年生长量与平均生长量的关系曲线图。由图 4 可知，木荷树高的连年生长量和平均生长量在一定年龄内均随着年龄的增加而增大；树高连年生长量在第 14 年达到最大，生长量为 0.6 m/a，随后逐年减少；平均生长量在第 18 年时达到最大，此时树高连年生长量与平均生长量相等，生长量均为 0.56 m/a，随后木荷树高连年生长量逐年减少，树高平均生长量一直大于连年生长量。

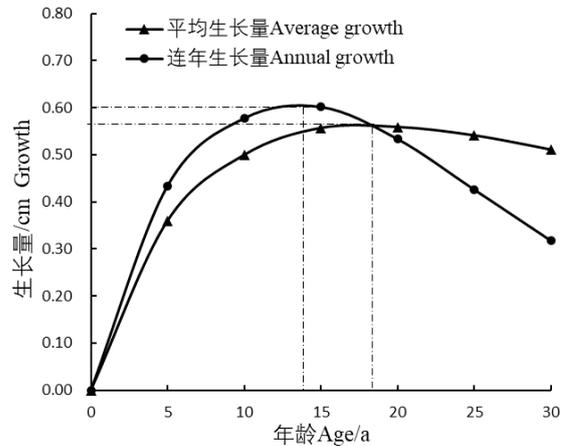


图 4 木荷树高生长特征曲线

Fig.4 Growth characteristic curve of height of *Schima superba*

3.3 材积生长模型构建及生长特征分析

利用待选方程模拟木荷的材积生长过程，6 个方程的参数及误差分析见表 5。

由表 5 可知，6 个方程均具有较高的精度， R^2 均在 0.90 以上，RMSE 介于 0.012~0.016，RRS 介于 0.045 3~0.046 8。其中拟合精度最低的为二次函

表 4 树高生长方程拟合结果
Tab.4 Fitting results of height growth equation

方程 Equation	拟合结果 Fitting results			拟合精度 Fitting precision		
	a	b	c	R^2	RMSE	RRS
Richards	79.19	1.108 9	0.009 3	0.792	1.508	623.4
Gompertz	19.43	2.709 1	0.084 8	0.795	1.499	616.4
Logistic	15.12	10.319 7	0.169 3	0.794	1.500	616.6
对数函数	-6.84	13.003 1		0.768	1.615	714.8
幂函数	0.493 1	1.039 5		0.792	1.508	623.8
二次函数	0.001 2	0.532 2	-0.033 9	0.792	1.509	624.3

表 5 材积生长方程拟合结果
Tab.5 Fitting results of volum growth equation

方程 Equation	拟合结果 Fitting results			拟合精度 Fitting precision		
	a	b	c	R^2	RMSE	RRS
Richards	2.461 6	4.658 0	0.034 8	0.903	0.014	0.045 5
Gompertz	0.839 6	9.822 9	0.076 4	0.904	0.015	0.045 7
Logistic	0.273 4	416.891 4	0.275 2	0.907	0.012	0.045 3
对数函数	-0.113 9	0.140 3		0.902	0.015	0.047 7
幂函数	0.000 005	3.290 7		0.903	0.016	0.046 1
二次函数	0.000 563	-0.007 6	0.026 15	0.900	0.016	0.046 8

数, R^2 为 0.900, RMSE 为 0.016, RRS 为 0.046 8, 拟合精度最高的为 Logistic 方程, R^2 为 0.907, RMSE 为 0.012, RRS 为 0.045 3。其中, 3 个理论生长方程的参数均具有较合理的生物学意义, 且拟合精度均高于 3 个经验生长方程。根据模型拟合精度高及误差最小的原则, 可以确定木荷的最优材积生长方程为 Logistic 方程。

对 Logistic 方程模拟效果进行残差分析, 结果见图 5。残差的散点在 0 值附近均匀分布, 且无规律性, 残差大小基本介于 (-2,2) 之间, 无明显的异质性, 说明 Logistic 方程具有较好的预测效果。因此, 木荷的材积生长方程为:

$$V = \frac{0.2734}{1 + 416.8914 \times e^{-0.2752 \times A}}$$

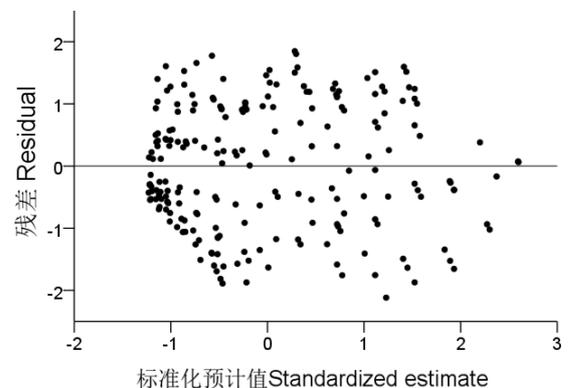


图 5 Gompertz 方程拟合的残差散点图

Fig.5 The residual scatter diagram of the Gompertz equation fitting

依据所计算出的材积生长模型, 分别计算出木荷材积的连年生长量与平均生长量, 并且绘制材积连年生长量与平均生长量的关系曲线图。由

图 6 可知，木荷材积的连年生长量和平均生长量在一定年龄内均随着年龄的增加而增大；材积连年生长量在第 23 年达到最大，生长量为 $0.0179 \text{ m}^3/\text{a}$ ，随后逐年减少；平均生长量在第 30 年时达到最大，说明木荷材积在第 30 年时达到数量成熟，此时材积连年生长量与平均生长量相等，生长量均为 $0.0082 \text{ m}^3/\text{a}$ ，随后木荷材积连年生长量逐年减少，材积平均生长量一直大于连年生长量。

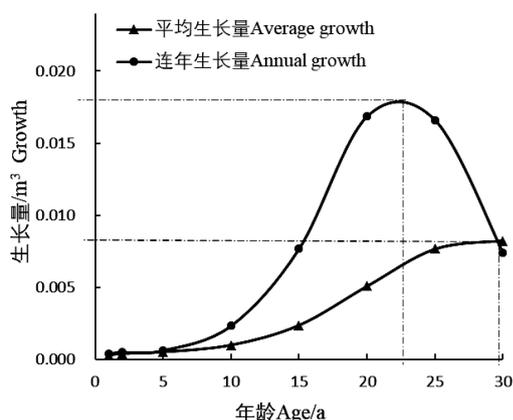


图 6 木荷材积生长特征曲线

Fig.6 Growth characteristic curve of volume of *Schima superba*

4 结论与讨论

异龄林林分内部结构复杂，林木的生长不仅受立地的影响，往往还会受到相邻木的竞争影响，不同树种和大小的相邻木对林木的生长影响也有差异。由于研究区中的样地立地条件基本一致，且缺少长期观测数据，此次研究未考虑立地和林木竞争对木荷生长的影响，这可能会降低木荷生长模型的拟合精度，影响木荷直径、树高与材积生长模型的适用性。

本研究分别利用 3 个理论生长方程与 3 个经验生长方程拟合木荷的直径、树高以及材积生长方程，经过模拟精度的对比分析，确定木荷的最优直径生长方程为 Richards 方程，最优树高生长方程为 Gompertz 方程，最优材积生长方程为 Logistic 方程。孟宪宇^[17]研究表明，当经验方程中的参数数量较多时，经验方程拟合树木生长过程可以达到一定精度，但是对方程中的参数很难做出专业上的解释。本研究结果表明，利用 3 个经验方程拟合木荷生长方程时，其拟合精度与 3 个

理论生长方程的拟合精度差异性并不大，但理论生长方程的总体精度高于经验生长方程，且理论生长方程的参数具有生物学解释。

参考文献

- [1] 谭家得, 柯欢, 陈杰, 等. 华南地区 3 个树种的抗火性能分析[J]. 林业与环境科学, 2016, 32(6): 86-90.
- [2] 朱爱光. 生物防火林带树种木荷育苗技术[J]. 广东林业科技, 2005, 21(4): 100.
- [3] 王秀花, 马丽珍, 马雪红, 等. 木荷人工林生长和木材基本密度[J]. 林业科学, 2011, 47(7): 138-144.
- [4] 曾思齐, 甘静静, 肖化顺, 等. 木荷次生林林木更新与土壤特征的相关性[J]. 生态学报, 2014, 34(15): 4242-4250.
- [5] 孟伟, 陈彩虹, 胡焕香, 等. 青石冈林场木荷直径结构研究[J]. 林业资源管理, 2013(2): 89-93.
- [6] 楚秀丽, 王艺, 金国庆, 等. 不同生境、初植密度及林龄木荷人工林生长、材性变异及林分分化[J]. 林业科学, 2014, 50(6): 152-159.
- [7] 陈聪, 李志良, 罗万业, 等. 不同坡地条件木荷人工林的生长差异研究[J]. 林业资源管理, 2015(5): 70-75.
- [8] 李佳, 邵全琴, 黄麟, 等. 我国马尾松、杉木、湿地松生长方程研究进展[J]. 西北林学院学报, 2010, 25(4): 151-156.
- [9] 林丽平, 徐期瑚, 罗勇, 等. 广东主要乡土阔叶树种单木生长模型构建[J]. 林业与环境科学, 2018, 34(3): 14-22.
- [10] 于秀勇. 杉木人工林单木生长模型的研究[D]. 福州: 福建农林大学, 2009.
- [11] 孟宪宇, 谢守鑫. 华北落叶松人工林单木生长模型的研究[J]. 北京林业大学学报, 1992(S5): 96-104.
- [12] 刘微. 落叶松人工林单木生长模型的研究[D]. 哈尔滨: 东北林业大学, 2010.
- [13] BAO T, JIANG G. The Analysis of measured data of plant and tree growth with Richards and Logistic Model[J]. Advanced Materials Research, 2011, 1269(243): 2491-2497.
- [14] 邓成, 吕勇, 雷渊才, 等. 以相对直径为竞争指标的单木直径生长模型研究[J]. 林业资源管理, 2011(1): 40-43.
- [15] COLIN PDB. A New Generalized Logistic Sigmoid Growth Equation Compared with the Richards Growth Equation[J]. Annals of Botany, 1999, 83(6): 713-723.
- [16] 田玉梅, 于治军, 方昆升, 等. 用含有双可变参数的差分生长模型模拟胸径生长过程[J]. 林业与环境科学, 2018, 34(4): 36-42.
- [17] 孟宪宇. 测树学[M]. 北京: 中国林业出版社, 2006.